

ANDREAS WACKERNAGEL  
DIPL. ING. E.T.H. BASEL

# Calcul de la perméabilité par des essais d'eau dans les sondages en alluvions

par B. GILG et M. GAVARD, ingénieurs, Electro-Watt S. A., Zurich

6

Ueberreicht durch die

Offert par la

Schweizerische Gesellschaft für Bodenmechanik und Foundationstechnik

Société suisse de mécanique des sols et des travaux de fondation

---

Tiré à part du «BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE », N° 4 du 16 février 1957

Lausanne. — Imprimerie La Concorde

**CALCUL DE LA PERMÉABILITÉ**  
**PAR DES ESSAIS D'EAU**  
**DANS LES SONDAGES EN ALLUVIONS**

par B. GILG et M. GAVARD, ingénieurs  
Electro-Watt S. A., Zurich



**LAUSANNE**  
ÉDITION DE LA SOCIÉTÉ DU BULLETIN TECHNIQUE  
DE LA SUISSE ROMANDE  
1957



## CALCUL DE LA PERMÉABILITÉ

### PAR DES ESSAIS D'EAU DANS LES SONDAGES EN ALLUVIONS

par B. GILG et M. GAVARD, ingénieurs, Electro-Watt S. A., Zurich

#### 1. Introduction

Le grand développement de la construction des digues rend la connaissance de la perméabilité des terrains alluviaux extrêmement importante. Cette perméabilité s'exprime selon la loi de Darcy, par le coefficient  $k$  qui représente une vitesse spécifique, dépendant avant tout de la granulométrie et de l'origine des dépôts.

Comme les terrains alluviaux ne présentent pas, la plupart du temps, une structure homogène en dehors d'un domaine relativement restreint, il est avantageux de pouvoir déterminer la perméabilité des différentes couches et zones à l'aide de sondages isolés.

On exécute pour cela deux sortes d'essais :

#### a) *L'essai à niveau constant*

Dans un sondage dans lequel on a préalablement repéré le niveau d'eau non perturbé, on injecte ou pompe de l'eau jusqu'à l'obtention d'un régime stationnaire caractérisé par un nouveau niveau et un débit injecté ou pompé constant.

#### b) *L'essai d'abaissement*

Le niveau ayant été initialement élevé par un apport d'eau, on en mesure l'abaissement en fonction du temps, ce qui est assez simple à réaliser sur un chantier.

La première méthode donne évidemment des résultats plus précis que la seconde dans les cas de sols très perméables ( $k \geq 10^{-2}$  cm/sec).

La loi de Darcy s'écrit :

$$v = k J \quad \text{où } v = \text{vitesse d'écoulement } \left( \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \right)$$
$$J = \text{perte de charge unitaire} \quad (1)$$

$$k = \text{coefficient de Darcy } \left( \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \right)$$

$$J = - \frac{dh}{ds} \quad \text{où } dh = \text{différentielle du niveau d'eau}$$
$$(\gamma_{\text{eau}} = 1)$$
$$ds = \text{différentielle de la trajectoire}$$
$$\text{d'une particule dans le sens}$$
$$\text{du courant.} \quad (2)$$

$$v = - k \frac{dh}{ds} \quad (3)$$

### 2. Formules simplifiées

Ces formules considèrent trois cas différents :

- a) Le tube du sondage est maintenu à la profondeur atteinte, on admet que les surfaces équipotentielles sont des sphères centrées sur l'extrémité du tuyau qui constitue l'orifice de l'écoulement ; c'est l'essai ponctuel.
- b) Le tuyau ayant atteint la couche imperméable est remonté d'une longueur  $L$  et remplacé par un filtre sur cette longueur, on suppose que les équipotentielles sont des cylindres.
- c) Lorsque l'extrémité du sondage n'atteint pas la couche imperméable et que l'on remplace une longueur  $L$  par un tuyau filtrant, on superpose le débit d'un cylindre et celui d'une demi-sphère (fig. 1).

Essai à niveau constant  
Cas a)

$$k = \frac{1}{2\pi\Phi} \cdot \frac{Q}{h_m}$$

Essai d'abaissement  
(4)

$$k = \frac{\Phi}{8\Delta t} \cdot \frac{\Delta h}{h_m}$$

Cas b)

$$k = \frac{\text{Log} \frac{2R}{\Phi}}{2\pi L} \cdot \frac{Q}{h_m}$$

(5)

$$k = \frac{\text{Log} \frac{2R}{\Phi} \cdot d^2}{8 L \Delta t} \cdot \frac{\Delta h}{h_m}$$

Cas c)

$$k = \frac{1}{\pi \left[ \frac{2L}{\text{Log} \frac{2R}{\Phi}} + \Phi \right]} \cdot \frac{Q}{h_m}$$

(6)

$$k = \frac{d^2}{4\Delta t \left[ \frac{2L}{\text{Log} \frac{2R}{\Phi}} + \Phi \right]} \cdot \frac{\Delta h}{h_m}$$

On prend pratiquement  $\frac{2R}{\Phi} = 500$  donc  $\text{Log} \frac{2R}{\Phi} = 6,2$ .

Ces formules reposant partiellement sur des hypothèses arbitraires, nous avons cherché une méthode de calcul plus rigoureuse.

### 3. Méthode analytique

On admet que l'écoulement est à potentiel de vitesse ; en outre, il a une symétrie axiale dont l'axe est confondu avec celui du forage, les vitesses n'ont donc pas de composantes tangentielles (fig. 2).

L'équation différentielle de l'écoulement potentiel à symétrie axiale s'écrit :

$$\frac{\delta^2 \phi}{\delta x^2} + \frac{1}{x} \frac{\delta \phi}{\delta x} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} = 0 \quad (7)$$

Il s'agit de trouver des solutions de cette équation qui satisfont aux conditions aux limites du cas étudié.

La solution générale de l'équation (7) est donnée par M. le Dr ing. Günther Nahrang<sup>1</sup>.

$$\phi = [B_1 J_0(\lambda x) + B_2 Y_0(\lambda x)] (A_1 e^{\lambda z} + A_2 e^{-\lambda z}) \quad (8)$$

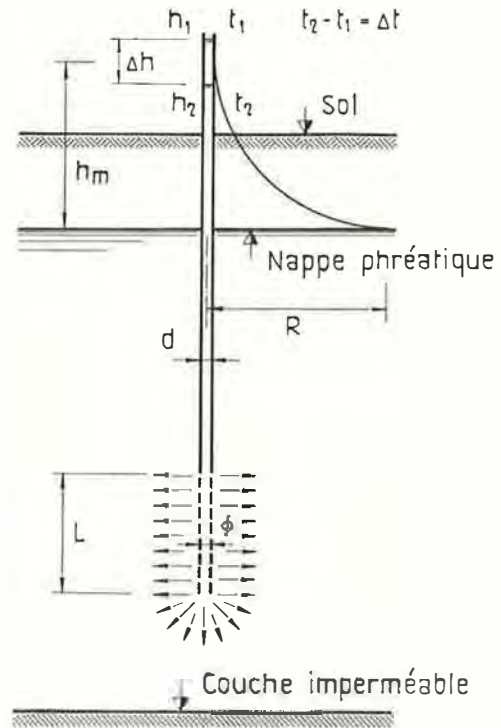


Fig. 1.

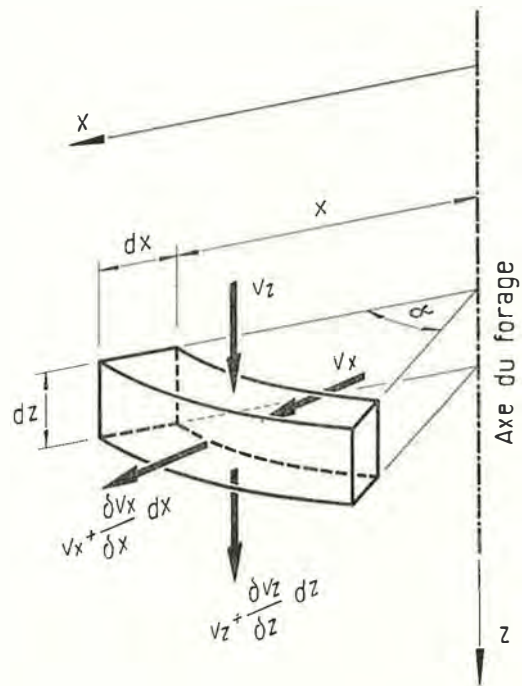


Fig. 2.

où  $J_0(\lambda x)$  et  $Y_0(\lambda x)$  sont respectivement des fonctions de Bessel et de Neumann d'ordre nul et  $A_1, A_2, B_1, B_2$  et  $\lambda$  sont des constantes à déterminer par les conditions aux limites.

Pratiquement, on s'aperçoit qu'il est très compliqué de résoudre un cas concret car les conditions aux limites s'introduisent difficilement.



#### 4. Méthode graphique

On peut songer à résoudre le problème graphiquement. En désignant par  $\Delta n$  un élément de ligne potentielle et par  $\Delta s$  un élément de ligne de courant (fig. 3),

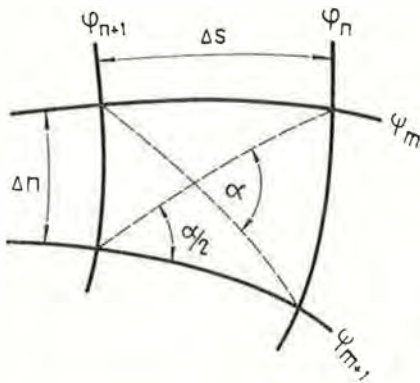


Fig. 3.

si d'autre part l'angle au centre de la région intéressée par l'écoulement est  $2\pi$ , ce qui est presque toujours le cas, on peut montrer que les deux conditions de la construction d'un réseau se résument à<sup>1</sup>:

$$\frac{\Delta s}{\Delta n} = 2\pi x \quad (9)$$

$$\alpha = 2 \operatorname{Arctg} \frac{1}{2\pi x} \quad (10)$$

outre les conditions aux limites et la condition d'orthogonalité des lignes potentielles et des lignes de courant.

Si la méthode graphique est applicable aux écoulements plans où les grandeurs  $\frac{\Delta s}{\Delta n}$  et  $\alpha$  sont des constantes, elle devient vite inextricable pour un écoulement à symétrie axiale où ces grandeurs varient avec la distance à l'axe du puits.

#### 5. Méthode de relaxation

C'est pourquoi on a finalement recouru à la méthode consistant à résoudre l'équation (7) par différences finies. Cette équation s'écrit alors :

$$\frac{\Delta^2 \varphi}{\Delta x^2} + \frac{1}{x} \cdot \frac{\Delta \varphi}{\Delta x} + \frac{\Delta^2 \varphi}{\Delta z^2} = 0 \quad (11)$$

Dans la figure 4,  $m, l, r, o, u$  représentent la valeur de la fonction  $\varphi$  aux points correspondants. Pour ne pas multiplier le nombre d'équations, on a choisi des « astres » de branches inégales, les différents termes de l'équation (11) s'écrivent par conséquent de la manière suivante :

$$\frac{\Delta \varphi}{\Delta x} = \frac{l - r}{\Delta l + \Delta r} \quad (12)$$

$$\frac{\Delta^2 \varphi}{\Delta x^2} = \frac{\frac{\Delta \varphi}{\Delta x} \Big|_{m+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta \varphi}{\Delta x} \Big|_{m-\frac{1}{2}}}{\frac{\Delta l}{2} + \frac{\Delta r}{2}} = \frac{\frac{l-m}{\Delta l + \Delta r} - \frac{m-r}{\Delta l + \Delta r}}{\frac{\Delta l}{2} + \frac{\Delta r}{2}} = 2 \cdot \frac{l\Delta r - m(\Delta l + \Delta r) + r\Delta l}{\Delta l \Delta r (\Delta l + \Delta r)} \quad (13)$$

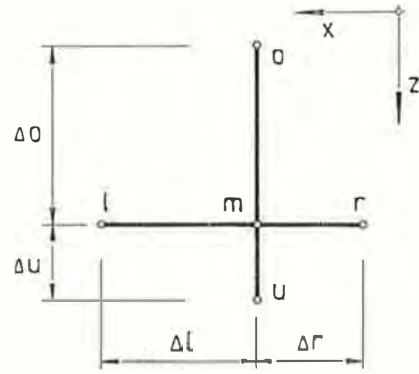


Fig. 4.

$$\frac{\Delta^2 \varphi}{\Delta x^2} = 2 \cdot \frac{u\Delta o - m(\Delta u + \Delta o) + o\Delta u}{\Delta u \Delta o (\Delta u + \Delta o)} \quad (14)$$

En substituant les deuxièmes membres de ces équations dans l'équation (11), on obtient après simplification :

$$\begin{aligned} & l(\Delta u + \Delta o) \left( \frac{1}{\Delta l} + \frac{1}{2x} \right) + r(\Delta u + \Delta o) \left( \frac{1}{\Delta r} - \frac{1}{2x} \right) + \\ & + u(\Delta l + \Delta r) \frac{1}{\Delta u} + o(\Delta l + \Delta r) \frac{1}{\Delta o} - \\ & - m \left[ (\Delta u + \Delta o) \left( \frac{1}{\Delta l} + \frac{1}{\Delta r} \right) + (\Delta l + \Delta r) \left( \frac{1}{\Delta u} + \frac{1}{\Delta o} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

On a choisi 29 points inconnus disposés selon le schéma de la figure 5.

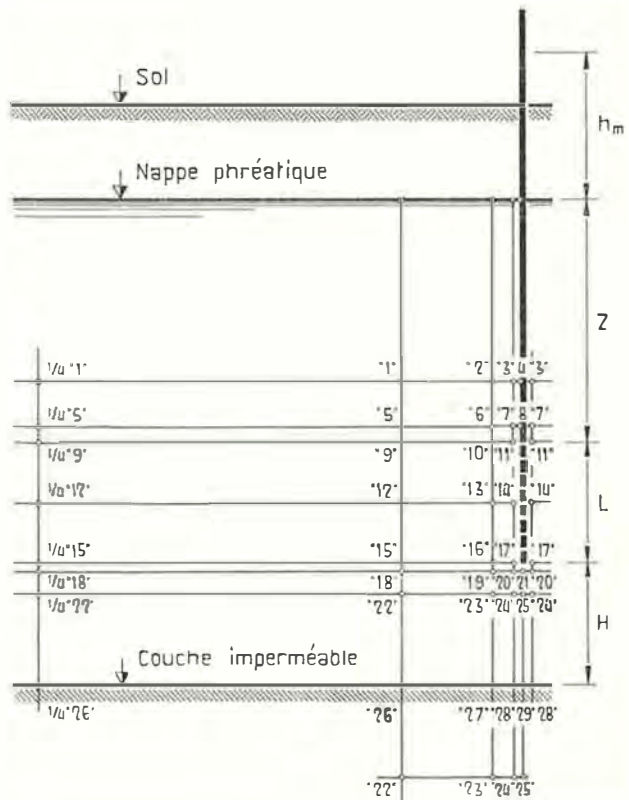


Fig. 5.

<sup>1</sup> Zur Theorie des vollkommenen und unvollkommenen Brunnens Springer Verlag, 1954.

En annulant le potentiel sur les bords, sa variation sur une horizontale présentait une discontinuité. Etant donné qu'on ne pouvait repousser les conditions aux limites à l'infini sans rendre identiquement nulles les équations des points de la verticale « 1 » ÷ « 26 », on a choisi une variation hyperbolique du potentiel à l'extérieur de cette verticale pour définir les conditions dans les bords (fig. 6) :

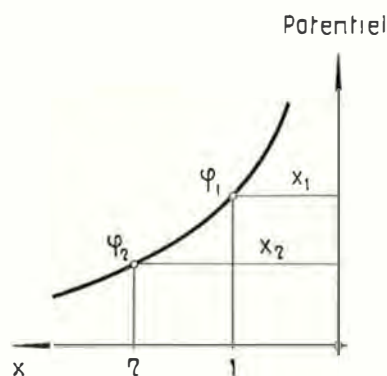


Fig. 6.

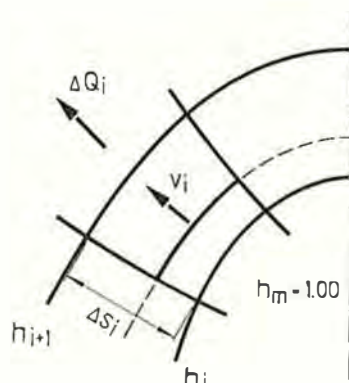


Fig. 8.

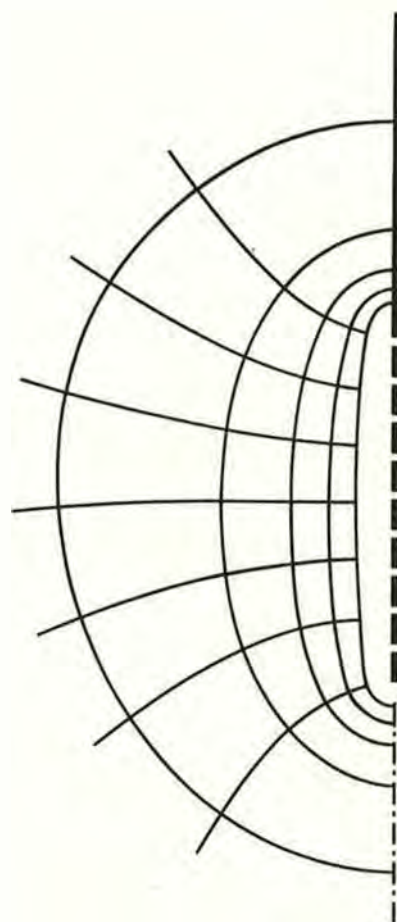


Fig. 7.

$x_1\phi_1 = x_2\phi_2$  avec  $\phi$  = valeur du potentiel en un point

$$\phi_2 = \frac{x_1}{x_2} \phi_1 \quad (16)$$

qui par suite de l'écartement adopté entre les points devient:

$$\phi_2 = \frac{\phi_1}{4}$$

L'équation (15) s'écrit alors un peu différemment pour les points de la verticale « 1 » ÷ « 26 » :

$$\begin{aligned} & r(\Delta u + \Delta o) \left( \frac{1}{\Delta r} - \frac{1}{2x} \right) + u(\Delta l + \Delta r) \frac{1}{\Delta u} + \\ & + o(\Delta l + \Delta r) \frac{1}{\Delta o} - m \left[ (\Delta u + \Delta o) \left( \frac{1}{\Delta l} + \frac{1}{\Delta r} \right) + \right. \\ & \left. + (\Delta l + \Delta r) \left( \frac{1}{\Delta u} + \frac{1}{\Delta o} \right) - \frac{1}{4} (\Delta u + \Delta o) \left( \frac{1}{\Delta l} + \frac{1}{2x} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Pour les points « 21 », « 25 » et « 29 » situés dans l'axe des puits, l'équation (15) est indéterminée ; en appliquant la règle de l'Hospital on trouve

$$\begin{aligned} & 2l(\Delta u + \Delta o) \frac{1}{\Delta l} + 2r(\Delta u + \Delta o) \frac{1}{\Delta r} + \\ & + u(\Delta l + \Delta r) \frac{1}{\Delta u} + o(\Delta l + \Delta r) \frac{1}{\Delta o} - \\ & - m \left[ 2(\Delta u + \Delta o) \left( \frac{1}{\Delta l} + \frac{1}{\Delta r} \right) + (\Delta l + \Delta r) \left( \frac{1}{\Delta u} + \frac{1}{\Delta o} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Pour chaque cas concret on écrivait les équations à l'aide des formules (15), (17) et (18) et on résolvait le système de 29 équations linéaires à 29 inconnues. On obtenait alors le potentiel aux points choisis et on pouvait en dessiner la variation sur des horizontales et sur des verticales passant par ces points. Puis, ayant choisi une unité de différence de potentiel, il était facile de dessiner le champ dont l'allure est représentée sur la figure 7.

Il ne restait plus qu'à calculer le débit, ce qui s'obtenait en décomposant les surfaces en troncs de cônes ou en cylindres (fig. 8).

$$Q = \sum \Delta Q_i$$

$$\Delta Q_i = v_i F_i$$

$$v_i = k J_i = -k \frac{\Delta h_i}{\Delta s_i}$$

$$\Delta h_i = h_{i+1} - h_i$$

$$Q = - \sum k \frac{\Delta h_i}{\Delta s_i} F_i = - k \Delta h_i \sum \frac{F_i}{\Delta s_i} \quad (19)$$

Ce débit doit être le même pour les différentes valeurs du potentiel, ce qui constitue une vérification. Pour déterminer l'influence de chaque facteur, on a fait varier séparément les dimensions de la figure 9. De manière générale

$$Q = f(k, h_m, L, Z, H, \Phi) = k \cdot h_m \cdot f(L, Z, H, \Phi) \quad (20)$$

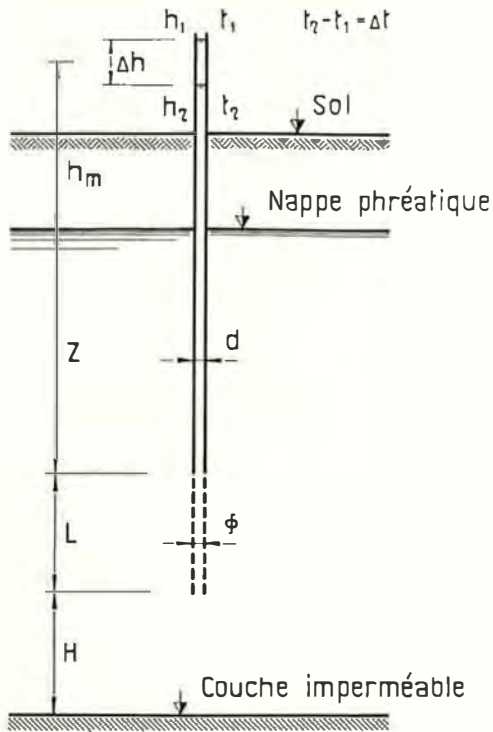


Fig. 9.

On s'est aperçu que  $H$  et  $Z$  n'avaient qu'une très faible influence ce qui a permis de réduire considérablement le nombre de systèmes à résoudre. En effet, les surfaces  $F_i$  qui sont des troncs de cônes ou des cylindres, sont proportionnelles au carré d'une longueur,  $\Delta s_i$  est une longueur, le quotient  $\frac{F_i}{\Delta s_i}$  est donc proportionnel à une longueur. Par conséquent, si toutes les dimensions, sauf  $h_m$ , varient de  $n$  fois, le débit varie aussi de  $n$  fois.

Sur la base des cas calculés on peut déduire la formule de base suivante :

$$k = \frac{Q}{h_m a (1,032L + 30\phi)} \quad (21)$$

$k = (\text{m/sec})$   
 $Q = (\text{m}^3/\text{sec})$   
 $h_m = L = Q = (\text{m})$   
 $a = \text{coefficient sans dimensions}$

Le coefficient  $a$  dépend de la longueur  $L$  du tuyau filtrant.

Pour  $L \geq 6,00 \text{ m}$   $a = 1,000$  (22)

Pour  $L \leq 6,00 \text{ m}$   $a = 0,481 + 0,173 L - 0,014 L^2$  (23)

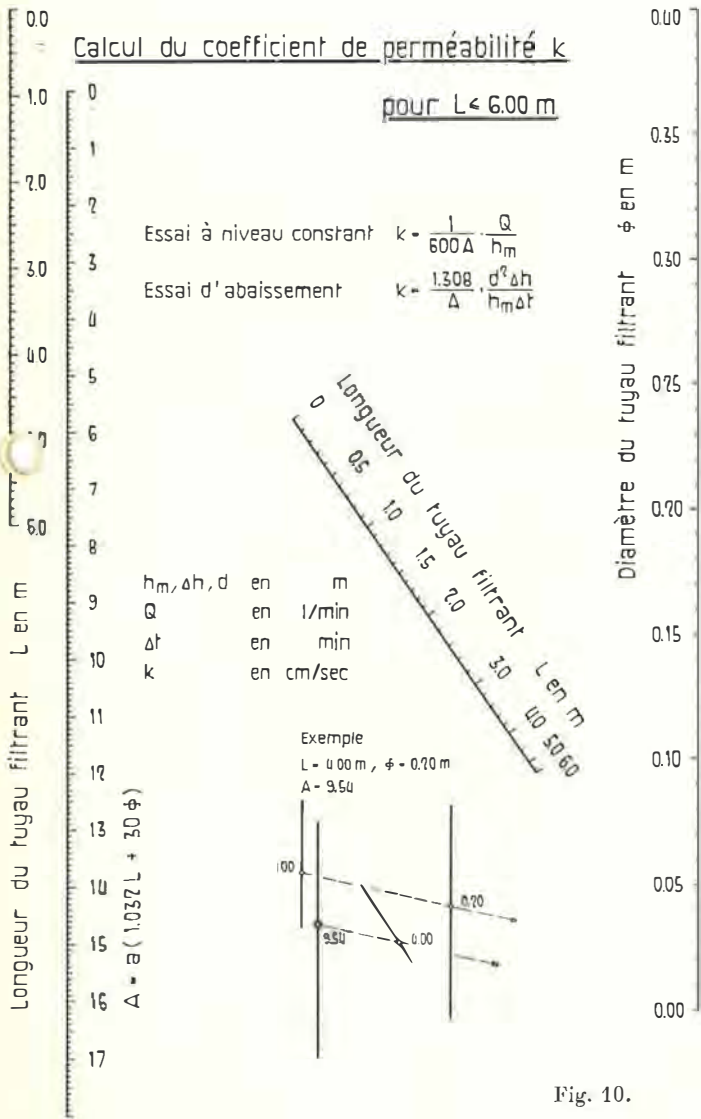


Fig. 10.

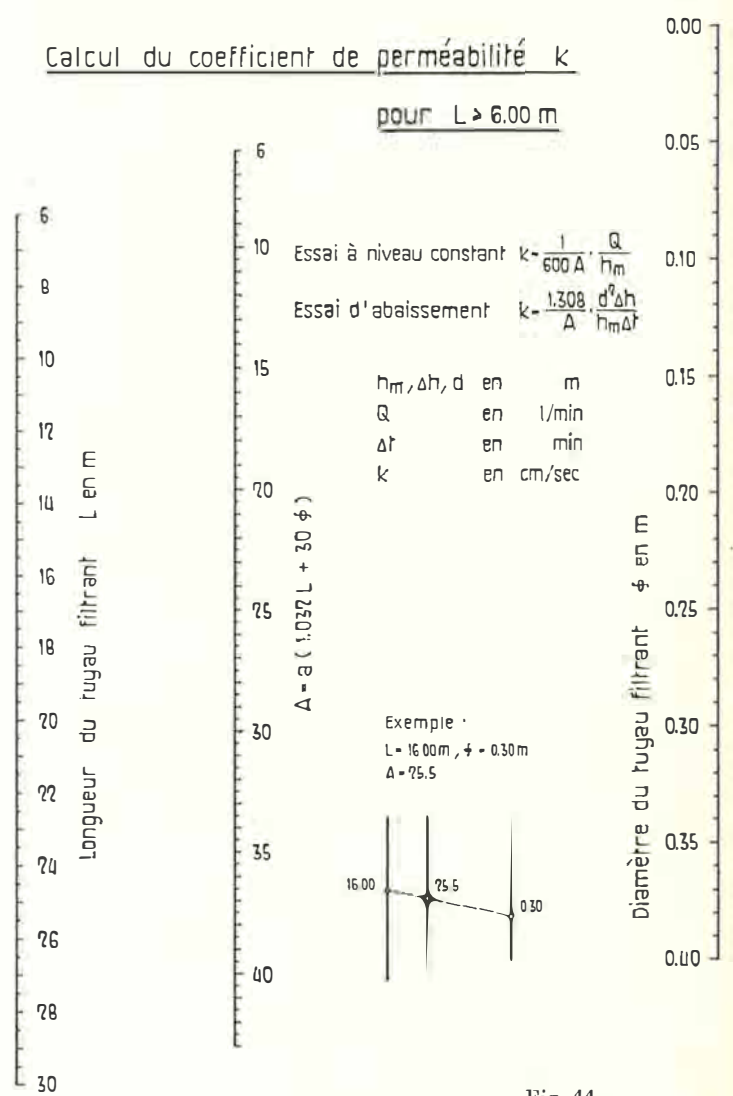


Fig. 11.



Les nomogrammes des figures 10 (pour  $L \leq 6,00$  m) et 11 (pour  $L \geq 6,00$ ) permettent de calculer rapidement la valeur

$$A = a (1,032 L + 30 \Phi) \quad (24)$$

Pour un essai donné, il suffit alors d'introduire cette valeur dans l'une des deux formules des figures 10 et 11 et d'y remplacer également les valeurs mesurées pour trouver la valeur de  $k$ .

Les formules des figures 10 et 11 ne sont pas homogènes car  $k$  s'indique en cm/s, alors qu'on mesure  $h_m$ ,  $d$  et  $\Delta h$  en m,  $Q$  en l/min et  $\Delta t$  en min.

Exemple :  $L = 4,00$  m  $\Phi = 0,20$  m.

On tire de la figure 10 :  $A = 9,54$ .

Essai à niveau constant :  $k = \frac{1}{600 \cdot 9,54} \cdot \frac{Q}{h_m}$

Essai d'abaissement :  $k = \frac{1,308}{9,54} \cdot \frac{d^2 \Delta h}{h_m \Delta t}$

### 6. Comparaison entre les résultats des formules simplifiées et ceux du nomogramme

Cette comparaison est représentée dans la figure 12. La différence est surtout marquée pour les faibles longueurs et les grands diamètres. La comparaison n'a pas été poussée pour des  $L < 3,1 \Phi$ , car les formules simplifiées présentent une contradiction. Le débit de l'essai ponctuel est en effet supérieur au débit de la formule de superposition tant que  $L < 3,1 \Phi$  ce qui est évidemment impossible.

